

CONTROLE N°1
L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISÉ

Exercice n°1 : (5 points) On considère le polynôme P défini par :

$$P(X) = 6X^4 - X^3 - 24X^2 + 9X + 10.$$

- a) Montrer que P est divisible par $X + 2$ et par $X - 1$.
 b) Mettre $X + 2$ et $X - 1$ en facteur dans P .
 c) Factoriser complètement P .

Exercice n°2 : (2,5 points) Effectuer la division euclidienne du polynôme A par le polynôme B avec:

$A(X) = 2X^4 + 5X^3 - 5X^2 - 2X + 10$ et $B(X) = 2X + 3$. Donner l'expression du quotient $Q(X)$ et du reste $R(X)$.

Exercice n°3 : (3 points) Montrer que 2 est un zéro d'ordre 3 du polynôme P défini par:

$$P(X) = 2X^5 - 7X^4 - 9X^3 + 62X^2 - 76X + 24.$$

Exercice n°4 : (3 points) Montrer que pour tout entier naturel n non nul : $(X - 1)^3$ divise P avec

$$P(X) = nX^{n+2} - (n+2)X^{n+1} + (n+2)X - n$$

Exercice n°5 : (3 points) Déterminer, pour $n \geq 2$, le reste de la division euclidienne de P défini par

$$P(X) = (X - 3)^{2n} + X(X - 2)^n - 2 \text{ par } (X - 3)(X - 2).$$

Exercice n°6 : (3,5 points) Déterminer tous les polynômes P , non nuls, vérifiant :

$$P(X + 1) = X P'(X) P''(X).$$

Exercice n°7 : (Bonus) Déterminer le réel a pour que les polynômes P et Q aient une racine commune et préciser cette racine, avec $P(X) = X^4 + aX + a$ et $Q(X) = X^3 + aX + a$.