CONTROLE N°2
L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE

Exercice n°1 : (4 points) Déterminer les ensembles de définition des fonctions f suivantes , définies par :

a) $f(x)=\sqrt{2x^2+5x-3}$

b) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}+7}{x-4}$

c) $f(x)=\dfrac{x+3}{x^3-3x^2-4x}$

d) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{(x-4)(x+3)}$

Exercice n°2 : (2,5 points) Déterminer D_u , D_v et $D_{v\circ u}$, puis $v\circ u(x)$, lorsque $u: x\mapsto 2x^2+x-2$ et $v: x\mapsto \sqrt{x-4}$.

Exercice n°3 : (3 points) On considère les fonctions $f: x\mapsto \dfrac{4x-1}{x+5}$ et $g: x\mapsto \dfrac{3}{x-2}$

a) Déterminer $f\circ g(-1)$.

b) Déterminer les ensembles de définition , D_f , D_g et D_{fog} des fonctions f , g et $f\circ g$.

c) Donner l'expression de $f\circ g(x)$ pour $x\in D_{f\circ g}$.

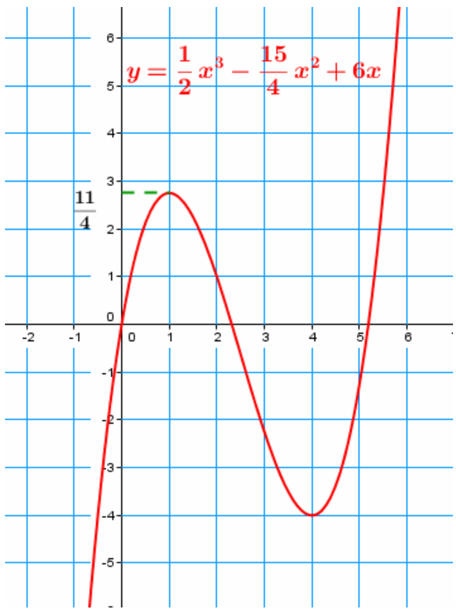
Exercice n°4 : (3 points) Pour chacune des fonctions suivantes, on répondra aux questions : est-ce une application ? Si c'est une application, est-elle injective ? surjective ? bijective ?
Justifiez vos réponses.

a) $f_1:[0;2]\to\left[0;\dfrac{11}{4}\right]$, $x\mapsto \dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{15}{4}x^2+6x$

b) $f_2:[1;4]\to\left[-4;\dfrac{11}{4}\right]$, $x\mapsto \dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{15}{4}x^2+6x$

c) $f_3:[1;3]\to[-4;3]$, $x\mapsto \dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{15}{4}x^2+6x$

d) $f_4:]0;5[\,\to\,]-4;3[$, $x\mapsto \dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{15}{4}x^2+6x$.



T-S-V-P

Exercice n°5 : (3 points) On donne l'application $\begin{aligned} f : [-2\,;12] &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \dfrac{3x-1}{x+4} \end{aligned}$.

a) Démontrer que f est une bijection de $[-2;12]$ sur un intervalle E que vous préciserez .

b) Résoudre l'équation $f(x)=2$, en déduire $f^{-1}(2)$.

c) Déterminer son application réciproque : f^{-1}.

Exercice n°6 : (3 points) Soient f et g deux applications de $[-2;+\infty[$ dans $[-2;+\infty[$ définies par : $f : x \mapsto 3x+4$ et $g : x \mapsto (x+2)^2 - 2$.

On admettra que g est une bijection de $[-2;+\infty[$ dans $[-2;+\infty[$.

a) Justifier que f est une bijection de $[-2;+\infty[$ dans $[-2;+\infty[$.

b) Déterminer : $f^{-1}(y)$, $g^{-1}(y)$, $g \circ f(x)$, $f^{-1} \circ g^{-1}(y)$.

Exercice n°7: (2 points) **1°-** Montrer que les fonctions $\begin{aligned} f :]0;+\infty[&\to]0;+\infty[\\ x &\mapsto \dfrac{1}{x^2} \end{aligned}$ et $\begin{aligned} g :]0;+\infty[&\to]0;+\infty[\\ x &\mapsto \dfrac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$ sont réciproques l'une de l'autre.

2°- Montrer que $\begin{aligned} f : \mathbb{R}\setminus\{1\} &\to \mathbb{R}\setminus\{1\} \\ x &\mapsto \dfrac{x+5}{x-1} \end{aligned}$ est involutive.

Exercice n°8 : (Bonus) On considère la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x & si\ x \in \mathbb{Z} \\ f(x) = x-1 & si\ x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$.

La fonction f possède-t-elle une fonction réciproque?