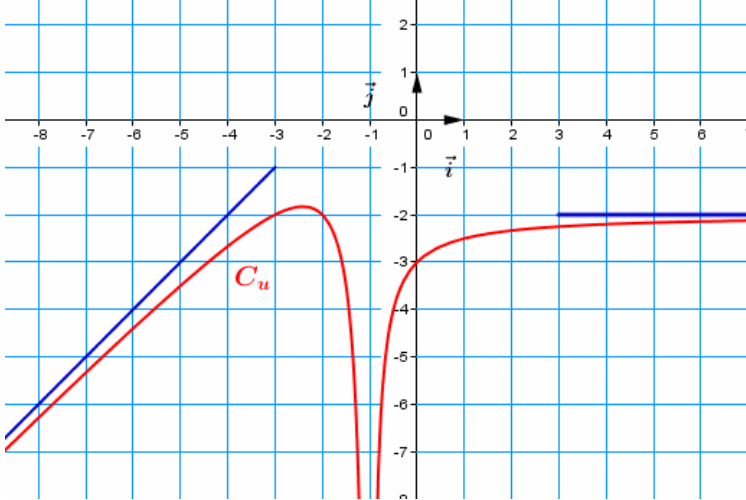


**CONTROLE N°3**  
**L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISÉ**

**Exercice n°1 :** ( 2,5 points ) 1° Compléter sans justification :



a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u(x)}{v(x)} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{v(x)}{u(x)} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) + v(x) =$

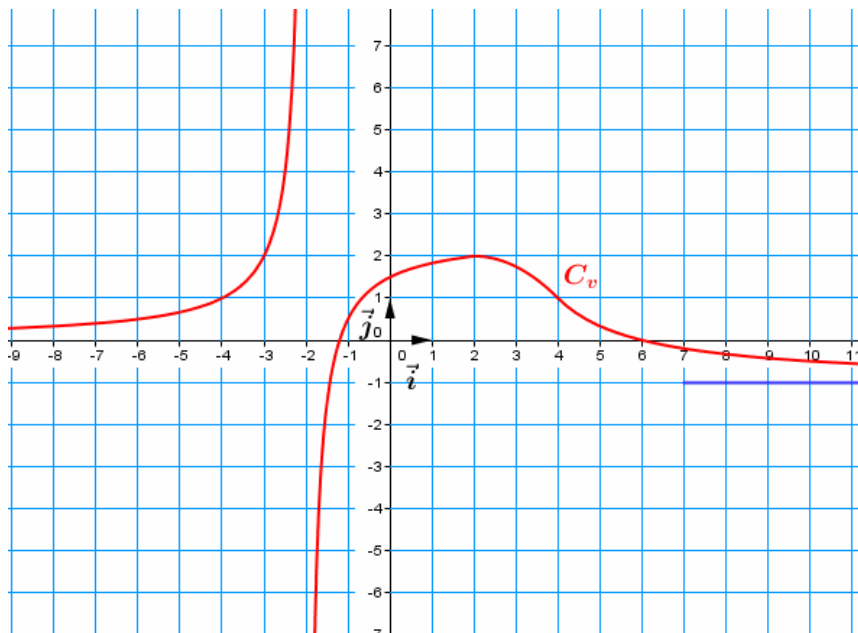
d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} u(x) \times v(x) =$

2° Donner les équations des asymptotes à

$\mathcal{C}_u$ .

3° Donner les limites suivantes en justifiant :

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} v \circ u(x) =$



b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v \circ u(x) =$

**Exercice n°2 :** ( 5,5 points ) TOUTES LES QUESTIONS SONT INDEPENDANTES

1° Déduire, si possible, de chacune des limites suivantes l'équation d'une asymptote verticale ou horizontale à la courbe  $\mathcal{C}$  représentant la fonction  $f$ .

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$       c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$       d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ .

2° Soit  $f$  la fonction définie sur  $] -2; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 2}$ . Montrer que la droite d'équation  $y = 2x - 1$  est asymptote à la courbe représentative de la fonction  $f$  au voisinage de  $+\infty$ .

3° Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x + 1}$ . Montrer que la courbe représentative de la fonction  $f$  admet une asymptote oblique, dont vous donnerez une équation, au voisinage de  $-\infty$ .

**Exercice n°3 :** ( 1,5 point ) Question de cours : Exprimer avec des quantificateurs les définitions des trois limites suivantes:

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$

c)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ .

**Exercice n°4 : ( 2 points )** Calculer les limites suivantes en utilisant un théorème de comparaison :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \cos x}{\sqrt{x}}$  ;

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \sin x + 2x + 5$  .

**Exercice n°5 : ( 6 points )** Déterminer, si elle existe,  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  dans les cas suivants :

a)  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x-3}$  , pour  $a = +\infty$

b)  $f(x) = \frac{6x+1}{x^2-3x-10}$  , pour  $a = -2$  ,  $a > -2$

c)  $f(x) = \frac{2x^2+x-10}{x^2+x-6}$  , pour  $a = 2$

d)  $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{3}{(x-1)^2}$  pour  $a = 1$

e)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$  , pour  $a = 3$

f)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x+1+\sqrt{x^2+x-2}}$  pour  $a = +\infty$

**Exercice n°6 : ( 2,5 points )** 1° Démontrer que pour tout  $x \geq 1$  on a :  $\frac{1}{2} \leq \frac{x}{x+1} \leq 1$  .

2° En déduire les valeurs de :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1}$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x}(x+1)}$  .