Lycée A. Daudet **SUJET B**

Devoir commun de Mathématiques (2 heures)

Ce sujet comporte 5 pages. La page n°5 est à rendre avec la copie.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 — 5 points

Dans tout l'exercice les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles et sous forme de valeurs décimales arrondies à 10^{-3} près.

Deux usines produisent à elles deux 1395 engrenages pour les boîtes de vitesse de voitures par jour. On remarque que les deux usines produisent au total 1350 engrenages conformes qui peuvent être utilisés pour un moteur. De plus, on relève que sur les 775 engrenages produits par l'usine B, 25 sont défectueux.

1) a) Combien l'usine A produit-elle d'engrenages ?

b) Reproduire sur votre copie et compléter le tableau suivant, on a résumé le nombre d'engrenages conformes et défectueux selon les usines de fabrication durant une période donnée.

	Conformes	Défectueux	Total
Usine A			
Usine B			
Total			

2) On prend au hasard un engrenage fabriqué dans l'une ou l'autre des deux entreprises.

On considère les événements suivants :

A : « l'engrenage provient de l'usine A »

C : « l'engrenage est conforme ».

Définir par une phrase chacun des événements suivants puis calculer leurs probabilités :

$$\bar{A} \quad ; \quad \bar{A} \cap C \quad ; \quad A \cup C \quad ; \quad \bar{A} \cap \bar{C}.$$

3) On a pris un engrenage conforme. Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'usine A ?

4) Le directeur de l'usine A est satisfait car il prétend que dans son usine, on a moins de chances de trouver un engrenage défectueux que dans l'usine B.
Que penser de cette affirmation ?

Exercice 2 — 7 points

On considère dans un repère orthonormé (O,I,J) les points :

A(3 ; 1) , B(-1 ; 5) , C(3 ; -7) et M(3 ; -1)

1) Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure de l'exercice.
*On utilisera pour cela l'***Annexe 1**

2) a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
b) Placer le point R tel que $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$
c) Montrer par un calcul que les coordonnées du point R sont (2 ; 2).
d) Montrer que (MR) et (BC) sont parallèles.

3) Montrer que M, A, C sont alignés.

4) a) Construire le point P tel que $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RM} + \overrightarrow{RB}$.

(On laissera nos traits de construction).

b) Calculer les coordonnées de P et montrer que P, B et C sont alignés

c) Montrer que MRBP est un parallélogramme.

d) Calculer les coordonnées de K milieu de [BM].

e) Calculer les distances MR et BR.

Peut-on dire que MRBP est un losange ? **Justifier.**

Exercice 3 — 8 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -0{,}1x^2 + 0{,}6x + 1{,}6$

1) a) Déterminer les images de -1 puis de 1 par la fonction f

b) Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 1,6 par la fonction f

2) a) Montrer que $f(x) = -0{,}1(x-3)^2 + 2{,}5$

b) Montrer que $f(x) = (-0{,}1x + 0{,}8)(x + 2)$

3) a) Résoudre, à l'aide d'un tableau de signe, l'inéquation $f(x) \geq 0$

b) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle [0 ; 10].
Justifier votre réponse.

4) On considère l'algorithme suivant :

```
Variables :

A et X , deux nombres réels

Entrée :

Saisir X

Traitement :

Affecter à A la valeur –0,1X²+0,6X + 1,6

Si A>0 Alors

        Afficher « X convient »

Sinon

        Afficher « X ne convient pas »

Fin du Si
```

a) Que va afficher cet algorithme pour $X = 7$?

b) A quoi peut servir cet algorithme ? **Expliquer**.

Partie B

Une personne lance un projectile P.

Cette trajectoire est représentée partiellement dans le repère de l'**Annexe 2**.

Dans ce repère, l'axe des abscisses correspond au sol et les pieds du lanceur sont au point O. L'unité sur les deux axes est le mètre.

On suppose que la position initiale du projectile se trouve au point $\mathrm{J}(0; 1{,}6)$ et que P suit une trajectoire assimilée à la courbe C représentant la fonction f étudiée dans la **partie A.**

Les coordonnées du projectile P sont donc $\left(x; f(x)\right)$.

1) On considère le point A $(6; 1{,}6)$

Le projectile va-t-il passer par le point A ? Justifier par un calcul.

2) En exploitant la figure de l'**Annexe 2**, répondre aux questions suivantes :

*On laissera une trace des lectures graphiques sur l'***Annexe 2**.

a) Quelle est la hauteur du projectile lorsque $x = 4\ m$?

b) Pour quelles valeurs de x le projectile est il à une hauteur d'au moins 2,4 m ?

3) En utilisant certains résultats de la **Partie A**, répondre aux questions :

a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le projectile lors de ce lancer ?

b) A quelle distance des pieds du lanceur va retomber le projectile ?

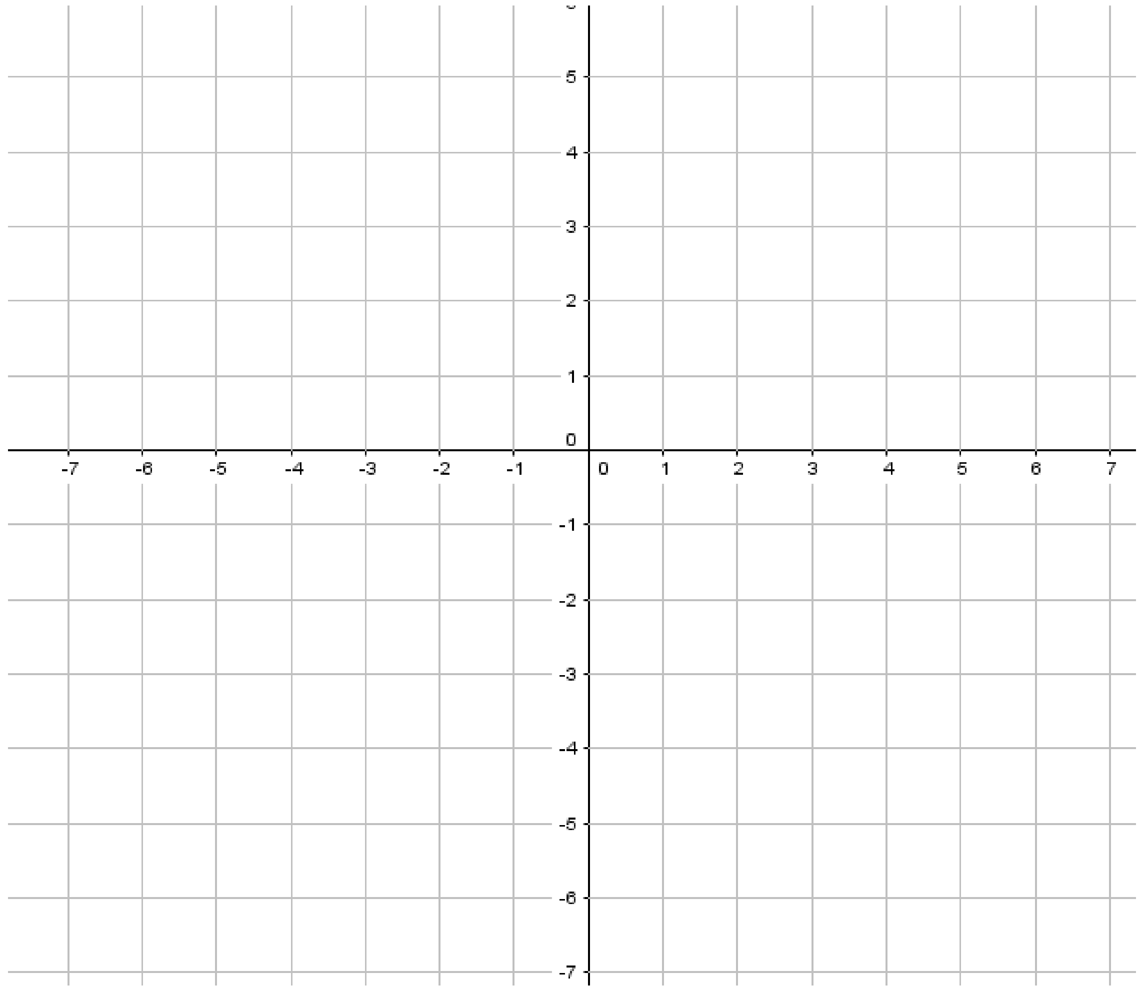
4) La personne relance du même endroit le projectile P.

Le projectile P suit alors une autre trajectoire assimilée à la courbe C' représentant la fonction g définie par $g(x) = -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}6$.

Le projectile touchera t-il le sol plus loin qu'au premier lancer ?
Justifier votre réponse

Toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.

Annexe1



Annexe2