

Devoir commun de Mathématiques (2 heures)

Ce sujet comporte 4 pages. La page n°4 est à rendre avec la copie.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1

3 points

Aucune justification n'est demandée. Pour les questions 1) et 2), une seule réponse est correcte...laquelle ? Vous indiquerez sur votre copie le numéro de la question et la lettre qui correspond à la bonne affirmation.

1. Voici le tableau de variations d'une fonction f . Alors :

- a) $f(0)=4$
- b) $f(3)<f(5)$
- c) $f(5)\leq 0$

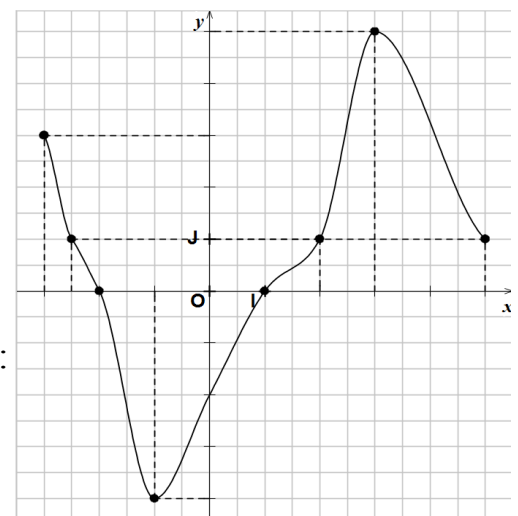
x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$			

2. g est une fonction telle que $g(-1)=0$, $g(1)=-3$ et $g(4)=5$. De plus, g est décroissante sur $[-1;1]$ et croissante sur $[1;4]$. Alors, pour tout réel x de $[-1;4]$:

- a) $g(x)\geq -3$
- b) $0\leq g(x)\leq 5$
- c) $-1\leq g(x)\leq 4$

3. Voici la courbe d'une fonction h dans un repère (O, I, J)

- a) Donner son tableau de variation.
- b) Résoudre $h(x)=0$
- c) Résoudre $h(x)\geq 1$
- d) Recopier et compléter le plus précisément possible :



Si $x\in[-3;0]$ alors $\dots\leq h(x)\leq\dots$
 Si $x\in[0;5]$ alors $\dots\leq h(x)\leq\dots$
 Si $-2\leq h(x)\leq 0$, alors $\dots\leq x\leq \dots$ ou $\dots\leq x\leq \dots$

Exercice 2 7 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. On donne les points $A(-2;1)$, $B(3;3)$, $C(-5;-3)$, $D(5;1)$ $F(1;5)$ et $K(-1;y)$ où y est un nombre réel que l'on déterminera par la suite.

Un repère est donné en annexe 1, sur lequel on réalisera au fur et à mesure de l'exercice, les constructions demandées.

- 1. Placer les points A, B, C, D .
- 2. a) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- b) Le quadrilatère $ABDC$ est-il un parallélogramme ? Justifier par le calcul.

3. Construire le point T tel que $\vec{CT} = \frac{2}{5}\vec{CD}$

Déterminer par le calcul les coordonnées du point T.

4. Calculer y de sorte que les points A, C et K soient alignés. Placer le point K .

5. Soit R le milieu de $[AD]$ et E le symétrique de B par rapport à R .

a) Calculer les coordonnées des points R et de E , puis les placer.

b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDE$? Justifier votre réponse.

6. On considère l'algorithme suivant :

a) Qu'affiche l'algorithme si on saisit les coordonnées des points A, C et F de l'exercice ?

b) Que permet de faire cet algorithme ? Justifier.

VARIABLES:

$x_A, y_A, x_C, y_C, x_F, y_F, p$ et q des nombres

ENTRÉE:

SAISIR $x_A, y_A, x_C, y_C, x_F, y_F$

TRAITEMENT:

AFFECTER À p LA VALEUR $\frac{y_A - y_C}{x_A - x_C}$

AFFECTER À q LA VALEUR $\frac{y_F - y_C}{x_F - x_C}$

SI $p = q$ ALORS
| Afficher OUI

SINON
| Afficher NON

FIN SI

Exercice 3

4 points

Un hôtel de vacances propose deux types de bungalow (bungalow avec kitchenette ou bungalow sans kitchenette) à louer à la semaine.

Pour les clients qui le souhaitent, l'hôtel propose deux formules de restauration au choix :

- Formule A : petit déjeuner seul,
- Formule B : petit déjeuner et dîner.

Pour chaque semaine de location, chaque client décide s'il prend une formule de restauration et si oui, choisit entre les formules A et B.

Le gestionnaire de l'hôtel a constaté que sur 200 clients :

- 60 clients choisissent la formule B.
- 88 clients ne prennent aucune formule de restauration.
- 120 clients optent pour un bungalow avec kitchenette
- 24 clients optent pour un bungalow avec kitchenette et la formule A.
- 12 clients optent pour un bungalow avec kitchenette et la formule B

1. a) Compléter sur le document annexe 2, le tableau des effectifs.

b) Vérifier que 95 % des clients ayant choisi un bungalow sans kitchenette prennent la formule A ou la formule B

2. On interroge au hasard un client au sujet de ses choix, chaque client ayant la même probabilité d'être choisi (les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible)

a) Déterminer la probabilité de E : « Le client a choisi la formule B ».

b) Déterminer la probabilité de F : « Le client a loué un bungalow sans kitchenette ».

c) Écrire en français l'événement $E \cap F$? En déterminer sa probabilité.

d) Déterminer la probabilité de G : « Le client a loué un bungalow sans kitchenette ou a choisi la formule B »

e) Déterminer la probabilité de H : « Le client a choisi une formule de restauration ».

f) Déterminer la probabilité de R : « Le client n'a pas choisi la formule B »

Exercice 4

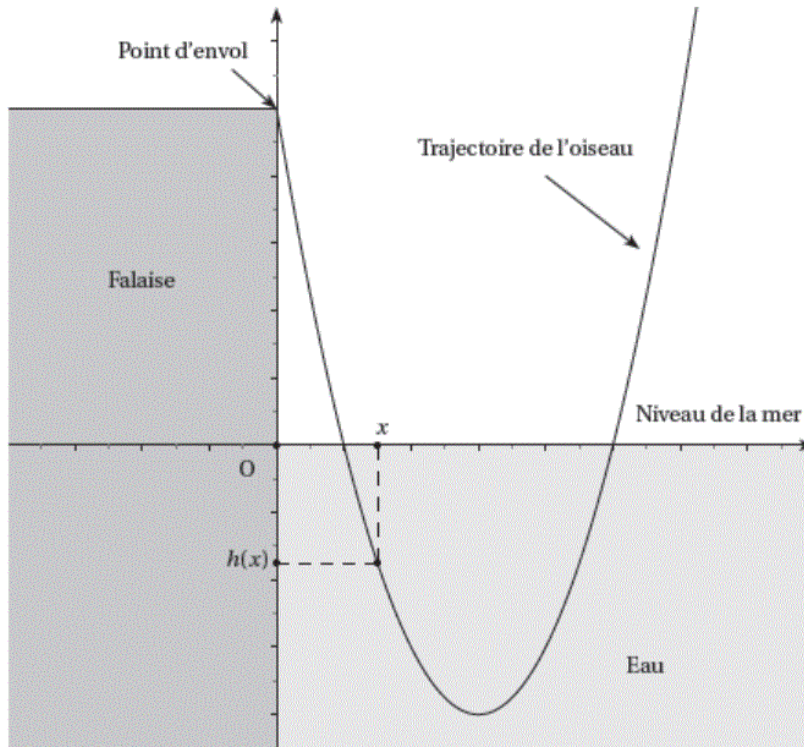
6 points

Un oiseau se nourrit de poissons en plongeant dans l'eau depuis une falaise.

On note x la distance, en mètres, qui sépare l'oiseau de l'abrupt de la falaise, et $h(x)$

l'altitude (éventuellement négative), en mètres, de ce dernier par rapport au niveau de l'eau.

La situation est illustrée sur le schéma suivant, où le repère choisi a pour origine le point O, pied de la falaise, le niveau de l'eau pour axe des abscisses, et pour axe des ordonnées, l'abrupt de la falaise.



Le dessin n'est pas à la bonne échelle. Il ne faut donc pas faire de lecture graphique dans cet exercice

On admet que l'expression de $h(x)$ est donnée par : $h(x) = x^2 - 4x + 3$ pour x réel positif.

La trajectoire de l'oiseau peut donc être assimilée à une parabole qui est ainsi la courbe représentative C_h de la fonction h .

1. Quelle est la hauteur du point d'envol ? Justifier.

2. Montrer que, pour tout réel x :

$$h(x) = (x-1)(x-3) \text{ et } h(x) = (x-2)^2 - 1$$

3. Résoudre l'équation $h(x) = 0$.

Que représentent les solutions de cette équation pour la trajectoire de l'oiseau ?

4. Résoudre l'inéquation $h(x) \leq 0$.

Que représentent les solutions de cette inéquation pour la trajectoire de l'oiseau ?

5. Après être ressorti de l'eau, à quelle distance de la falaise l'oiseau atteint-il l'altitude de 3 m ? Justifier votre réponse.

6. a) Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole C_h .

b) En déduire le tableau de variations complet de h sur l'intervalle $[0; 4]$.

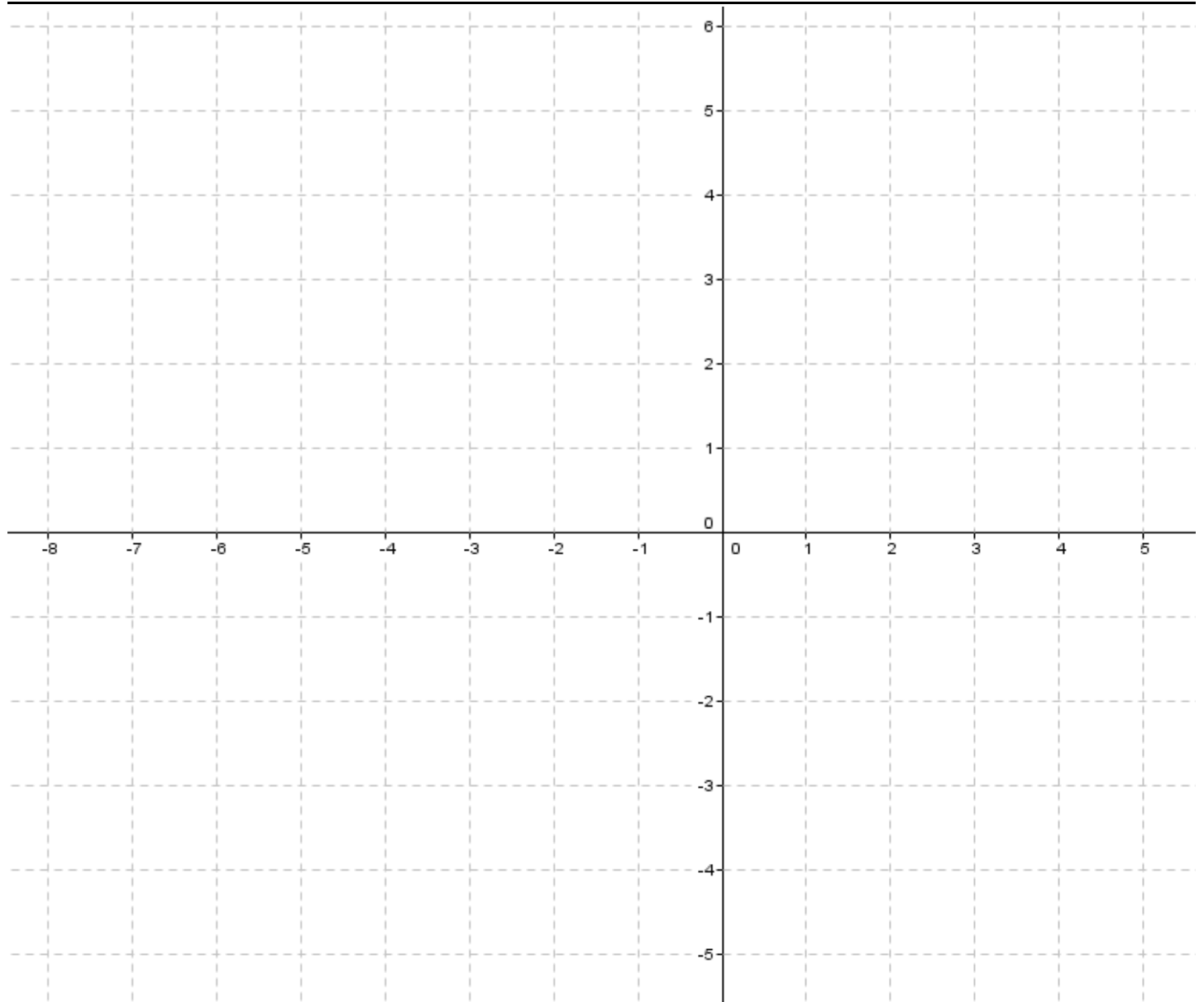
c) Quelle est alors la profondeur maximale atteinte par l'oiseau ?

NOM :

Prénom :

Classe :

ANNEXE 1



ANNEXE 2

Nombre de clients ayant choisi :	Bungalow avec kitchenette	Bungalow sans kitchenette	Total
Formule A			
Formule B			60
Aucune formule de restauration			
Total			200