

Mathématiques :

Bien commencer la classe préparatoire ECE.

Recommandations générales

Vous venez d'achever votre terminale, d'obtenir le baccalauréat et vous avez choisi de poursuivre vos études par la voie des classes préparatoires.

Le volume horaire du cours de mathématiques est beaucoup plus important qu'au lycée, et le rythme est très soutenu ! Il s'agit donc de se mettre au travail dès le début des cours. Cette fiche a pour but de vous donner quelques conseils afin d'aborder l'année qui arrive le plus sereinement possible.

Comme vous avez pu vous en rendre compte lors des années précédentes, les mathématiques sont construites en empilant des notions les unes au dessus des autres, comme des couches successives. Autrement dit, si l'une de ces strates n'est pas solide, vous aurez beaucoup de mal à continuer ces empilements sans que tout se casse la figure !

Il faut donc toujours veiller à avoir des bases solides.

Ma recommandation pour cet été est de commencer à honorer ce point, en refaisant de temps en temps quelques exercices de collège et de lycée. Y consacrer une heure de temps en temps sera largement suffisant !

Devoirs de vacances

- Le premier point fondamental qu'il faudra veiller à maîtriser concerne les calculs élémentaires appris au collège. Ils constituent les fondations, la strate qui formera la base de tout le programme de mathématiques. Je vous rappelle que la calculatrice n'est pas autorisée lors des épreuves des concours !

Il est donc **primordial** de maîtriser les points suivants :

- Calcul sur les fractions
- Calcul sur les puissances
- Calcul sur les racines carrées
- Factorisation et développement (identités remarquables par exemple)

Les pages suivantes contiennent quelques exercices pour vous aider à reprendre ces notions. Vous pouvez également vous entraîner sur des annales de brevet (sans calculatrice) !

Voici enfin des sites internet proposant des exercices sur ces différents points :

http://www.gomaths.ch/cf_mix.php (calcul sur les fractions)

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/algebre/devid2.htm#3> (identités remarquables)

- Le programme du lycée doit également être maîtrisé. Lors de ces vacances il conviendra donc de le reprendre en insistant particulièrement sur les points suivants :
 - Résolution d'équations et d'inéquations (équations du second degré par exemple)
 - Calcul de dérivées
 - Fonctions exponentielle et logarithme : définitions, propriétés.
 - Suites
 - Probabilités : généralités, probabilités conditionnelles.

Je vous souhaite de bonnes révisions et un bon été !

1 Calcul sur les fractions

Règles de calcul.

1. En mathématiques, on ne divise pas par 0 ! $\frac{a}{0}$ n'existe pas mais si $a \neq 0$, $\frac{0}{a} = 0$.

2. **Simplification d'une fraction.**

$$\text{Si } b \neq 0 \text{ et } d \neq 0, \quad \boxed{\frac{ba}{bd} = \frac{a}{d}}$$

3. **Addition de deux fractions.** Si deux fractions ont le même dénominateur :

$$\text{Si } b \neq 0, \quad \boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}}$$

4. **Multiplication de deux fractions.**

$$\text{Si } b \neq 0 \text{ et } d \neq 0, \quad \boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}}$$

5. **Division de deux fractions.** "Multiplier par un nombre, c'est diviser par son inverse".

$$\text{Si } b \neq 0, c \neq 0 \text{ et } d \neq 0, \quad \boxed{\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Méthode pour mettre une fraction sous forme irréductible :

— On écrit le numérateur et le dénominateur sous forme d'un produit et on utilise la règle 2.

Méthode pour additionner deux fractions :

— Il faut les mettre au même dénominateur. Par exemple, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad+cb}{bd}$

Exercice 1. Simplifiez les fractions et les expressions suivantes :

$$A = \frac{26}{12} \quad B = \frac{33}{121} \quad C = \frac{81}{3} \quad D = \frac{2}{5} - \frac{3}{10} + \frac{1}{15} \quad E = \frac{1}{3/5}$$

$$F = \frac{2}{7} \left(1 + \frac{9}{5} \right) + \frac{1}{10} \quad G = \left(\frac{-1}{6} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \right) \times \frac{6-2}{5} \quad H = \frac{1}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$I = \frac{3(x+2)(x-1)}{6(x-1)(x+7)} \text{ (pour } x \neq -7 \text{ et } x \neq 1) \quad K = \frac{5 + \frac{1}{2}}{5 - \frac{3}{4}} \quad L = \frac{\frac{5}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{6} + 2} \times \frac{8 + \frac{1}{3}}{9}$$

2 Racines carrées

Règles de calcul.

Pour a, b des nombres réels positifs :

1. Produit.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

2. Quotient.

Si $b \neq 0$,

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Les identités remarquables sont très utiles dès à présent. Compléter :

$(a + b)^2 =$	$(a - b)^2 =$	$(a + b)(a - b) =$
---------------	---------------	--------------------

Exercice 2. Simplifiez les expressions suivantes :

- $\sqrt{75}$
- $2\sqrt{12} + 6\sqrt{27} - 7\sqrt{2}$
- $(11 - \sqrt{3})(11 + \sqrt{3})$
- $(5 + \sqrt{2})^2$
- $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$
- $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

Exercice 3. Ecrire les expressions suivantes sans racine carrée au dénominateur.

- $\frac{2}{1 - \sqrt{2}}$
- $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$
- $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}}$
- $\frac{6 - \sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}}$

3 Puissances

Commençons par une mise au point sur l'addition et la multiplication :

$$\bullet \underbrace{a + a + \cdots + a}_{n \text{ fois}} = a \times n = an$$

$$\bullet \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}} = a^n$$

Règles de calcul.

Soient p et n deux nombres entiers.

1. Produit.

$$a^n a^p = a^{n+p}$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

2. Quotient.

Si $a \neq 0$,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{a^p}{a^n} = a^{p-n}$$

3. Composition.

$$(a^n)^p = a^{np}$$

Exercice 4. *Ecrire sous la forme de la puissance d'un seul nombre :*

$$A = \frac{10^{-5} \times 10^7 \times 10}{10^6}$$

$$B = (5^{-12} \times 5^8)^6 \times 5^{24}$$

$$C = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

Exercice 5. *Soit n un nombre entier. Simplifiez les expressions suivantes :*

1. $7^{2+n} \times \left(\frac{2}{7}\right)^{4+n} \times 2^{-n-6} - 14^{-2}$

2. $2 \left(\frac{1}{3}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$

3. $8^n - 2^{n+1} \times 4^{n+2}$

4. $\frac{9^{n+1} - 9^n}{(3^{n+1} - 3^n)^2}$