BACCALAURÉAT BLANC

LYCEE DAUDET

SESSION 2014

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : **S**

OBLIGATOIRE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 4 HEURES (8h – 12h)

COEFFICIENT : 7

Ce sujet comporte **7** pages numérotées de 1 à 7.

Il y a deux annexes qui sont à rendre avec votre copie.

Avant de démarrer, vérifiez que vous avez bien les sept pages du sujet.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (5 points)

A chaque exercice prendre une nouvelle copie en mentionnant nom et classe

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes

Partie A

Avant un examen, on estime que :

- Les trois quarts des candidats ont révisé
- Un candidat a neuf chances sur dix d'être admis s'il a révisé
- Un candidat a huit chances sur dix d'être refusé s'il n'a pas révisé

Après les résultats de l'épreuve, **tous** les reçus font les fiers en prétendant qu'ils n'ont pas révisé, et, **tous** les refusés crient à l'injustice en prétendant qu'ils ont révisé jour et nuit.

On rencontre un candidat au hasard après les résultats de l'examen.

On note :

- A l'événement : « Le candidat est admis »
- R l'événement : « Le candidat a révisé »

Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles dans cette partie

1) Faire un arbre de probabilité correspondant à cette situation

2) Calculer les probabilités que ce candidat :

a) soit admis et n'ait pas révisé

b) soit admis

c) ait révisé sachant qu'il est refusé

3) Calculer la probabilité que le candidat soit un menteur.

4) Les événements « Le candidat est admis » et « Le candidat est un menteur » sont ils indépendants ? Justifier.

Partie B

L'année suivante, pour le même examen, on estime que 90 % des candidats sont des menteurs.

1) A la cafétéria, 10 candidats sont assis à une table.

a) Calculer la probabilité à 0,001 près qu'exactement 7 candidats assis à cette table soient des menteurs.

b) Calculer la probabilité à 0,001 près qu'au plus 8 candidats assis à cette table soient des menteurs.

c) Combien de menteurs peut-on espérer avoir à cette table ?

2) On réunit n candidats dans une salle.

Combien de candidats faut-il réunir au minimum pour que la probabilité d'avoir au moins un candidat qui ne soit pas un menteur soit d'au moins 0,99 ?

EXERCICE 2 (5 points)

A chaque exercice prendre une nouvelle copie en mentionnant nom et classe

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n}{1+2u_n} \end{cases}$$

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3x}{1+2x}$

On donne en **Annexe 1** une partie de la courbe de la fonction f

1) Calculer u_1 et u_2. On en donnera les valeurs exactes sous forme de fractions irréductibles.

2)

- **a)** **Construire** avec précision, dans le repère donné en **Annexe 1**, les termes u_1, u_2, u_3 et u_4 sur l'axe des abscisses
- **b)** Quelles conjectures peut-on faire concernant la suite (u_n) ?

3)

- **a)** Étudier les variations de la fonction f sur $[0;+\infty[$
- **b)** En déduire que $0 < f(x) < 1$ pour tout réel $x \in]0;1[$.

4) Montrer que $0 < u_n < u_{n+1} < 1$ pour tout entier naturel n.

5) Montrer que la suite (u_n) est convergente

6) On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$$

- **a)** Justifier que la suite (v_n) est définie sur $\mathbb{N}$
- **b)** Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.
- **c)** En déduire v_n en fonction de n
- **d)** En déduire que pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n = \frac{3^n}{1+3^n}$$

- **e)** En déduire la limite de la suite (u_n)

EXERCICE 3 (5 points)

A chaque exercice prendre une nouvelle copie en mentionnant nom et classe

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A = 1$ et $z_B = i$

A tout point M d'affixe $z_M = x + iy$, avec x et y deux réels tels que $y \neq 0$, on associe le point M' d'affixe $z_{M'} = -iz_M$

On désigne par I le milieu du segment $[AM]$

Partie A

Dans cette partie uniquement, on considère que :

$$z_M = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

1)

- **a)** Déterminer la forme algébrique de z_M
- **b)** Déterminer la forme exponentielle et la forme algébrique de $z_{M'}$
- **c)** Déterminer la forme algébrique de l'affixe z_I du point I

2)

- **a)** Compléter le dessin donné en **Annexe 2**, en plaçant les points A, B, M, M' et I. On pourra utiliser les cercles pour s'aider dans la construction de ces points.
- **b)** Quelle conjecture peut-on émettre concernant les droites (OI) et (BM') ?

3)

- **a)** Montrer qu'il existe un réel k non nul, dont on précisera la valeur, tel que :

$$\frac{z_{M'} - z_B}{z_I} = ki$$

- **b)** Prouver la conjecture émise à la question **2) b)**.

Partie B

On revient au cas général avec $z_M = x + iy$, avec x et y deux réels tels que $y \neq 0$

1) Exprimer l'affixe du point I en fonction de x et y

2) Exprimer l'affixe du point M' en fonction de x et y

3) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

- **a)** Montrer que (OI) est une hauteur du triangle OBM'
- **b)** Montrer que $BM' = 2\,OI$

EXERCICE 4 (5 points)

A chaque exercice prendre une nouvelle copie en mentionnant nom et classe

Partie A

On fait absorber à un animal un médicament dosé à 1 *mg* de principe actif.

Ce médicament libère peu à peu ce principe actif dans le sang.

On note $f(t)$ la quantité de principe actif, exprimée en *mg*, présente dans le sang à l'instant t, exprimé en heures ($t \geq 0$)

On admet que :

$$f(t) = \frac{1}{2} t e^{-\frac{1}{2}t}$$

1) Quelle est la quantité de principe actif présent dans le sang de l'animal à l'instant :
- **a)** $t = 0\ h$
- **b)** $t = 1\ h$
- **c)** $t = 1\ h\ 15\ min$

On en donnera les valeurs exactes puis une valeur approchée à 0,01 mg près

2)
- **a)** Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$. En donner une interprétation liée à la prise du médicament.
- **b)** Étudier les variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$

3) Déterminer à quel instant t la quantité de principe actif présente dans le sang de l'animal est maximale, puis calculer cette quantité maximale. On en donnera la valeur exacte et une valeur approchée à 0,01 *mg* près.

4)
- **a)** Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe de la fonction f en $t = 0$
- **b)** Montrer que la courbe de f est en dessous de T sur $[0; +\infty[$

Partie B

On propose l'algorithme suivant :

Variables :	f est une fonction, E est un réel strictement positif, et, N est un entier naturel
Entrée :	On demande la valeur de E
Initialisation :	Affecter à N la valeur 3
Traitement :	Tant que $f(N) > E$
	Affecter à N la valeur $N + 1$
	Fin du tant que
Sortie :	Afficher la valeur N

Dans cet algorithme f est la fonction étudiée dans la **Partie A**

1) Qu'affichera cet algorithme si on entre $E = 0{,}2$? Détailler les étapes de l'algorithme.

2) Pourquoi est on certain que l'on aura une valeur N en sortie quelle que soit la valeur de $E > 0$ choisie ?

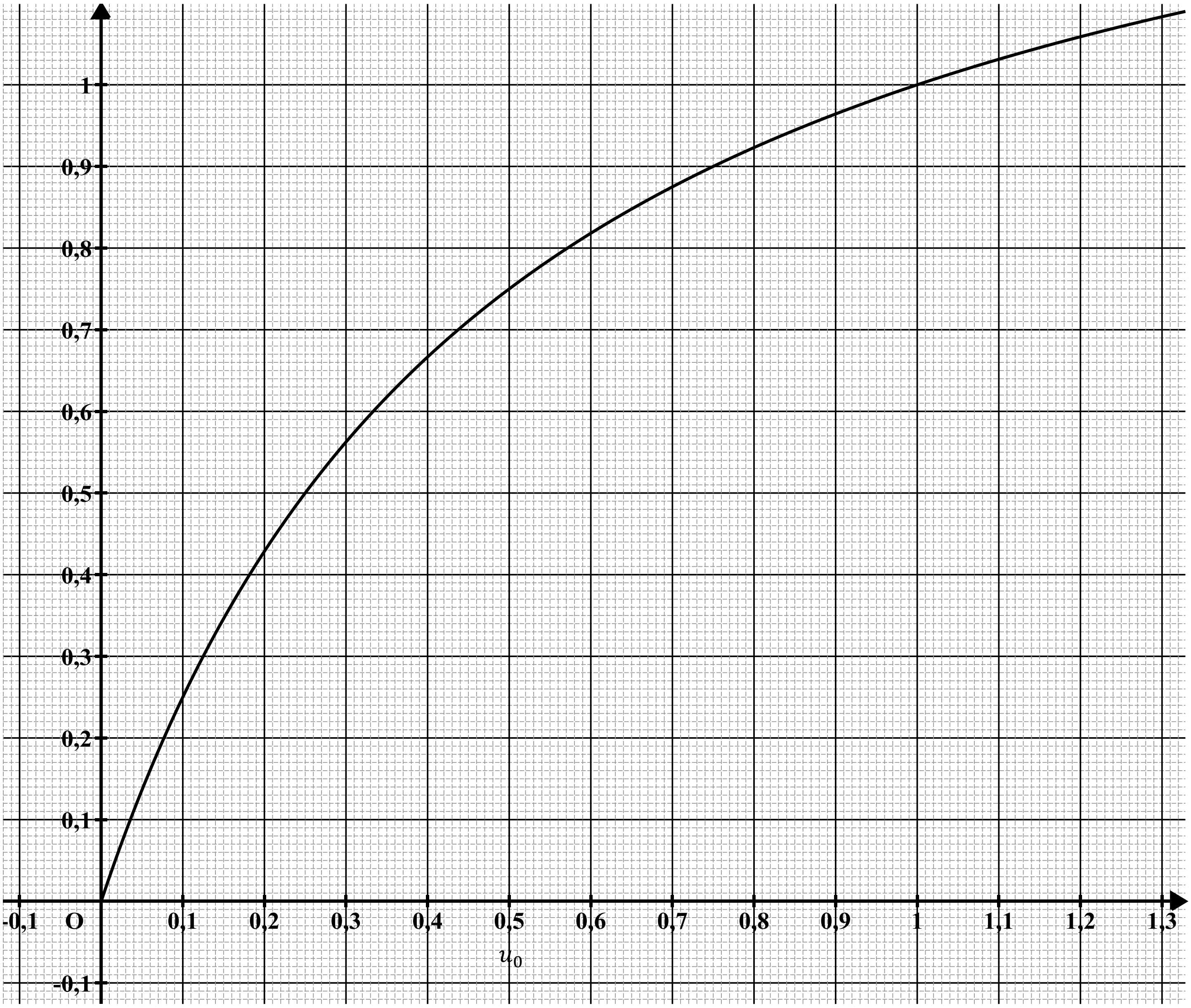
3) On estime que le principe actif est à l'état de trace lorsqu'il reste moins de 1 % de principe actif présent dans le sang de l'animal par rapport à la dose initiale de 1 *mg*.
- **a)** Quelle valeur de E va-t-on entrer dans l'algorithme ?
- **b)** On obtient alors en valeur de sortie $N = 13$. Donner une interprétation concrète de ce résultat par rapport à la situation décrite dans la **Partie A**

Nom : Prénom : Classe :

ANNEXE 1 (Exercice 2)

Cette annexe est à rendre avec l'exercice 2 (même si elle n'a pas été complétée)

N'oubliez pas de renseigner vos Nom, Prénom et classe ci dessus



Nom : Prénom : Classe :

ANNEXE 2 (Exercice 3)

Cette annexe est à rendre avec l'exercice 3 (même si elle n'a pas été complétée)

N'oubliez pas de renseigner vos Nom, Prénom et classe ci dessus