

BACCALAURÉAT BLANC

LYCEE DAUDET

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : ES

OBLIGATOIRE

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 HEURES

COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte cinq pages numérotées de 1 à 5.

Avant de démarrer, vérifiez que vous avez bien les cinq pages du sujet.

Les seules calculatrices autorisées sont :

Les calculatrices non programmables sans mémoire alphanumérique

Les calculatrices programmables avec mémoire alphanumérique et disposant de la fonctionnalité « Mode Examen »

Toute autre calculatrice est formellement interdite

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Toute trace de recherche ou de prise d'initiative, même non aboutie, pourra être prise en compte dans l'évaluation de votre copie

On rappelle aussi que dans un exercice, on peut admettre un résultat et s'en servir par la suite.

EXERCICE 1 (5 points)

Un chalutier se rend chaque jour sur sa zone principale de pêche.

La probabilité qu'un banc de poisson soit sur cette zone un jour donné est de 0,7

Ce chalutier est équipé d'un sonar pour détecter les bancs de poissons qui a les caractéristiques suivantes :

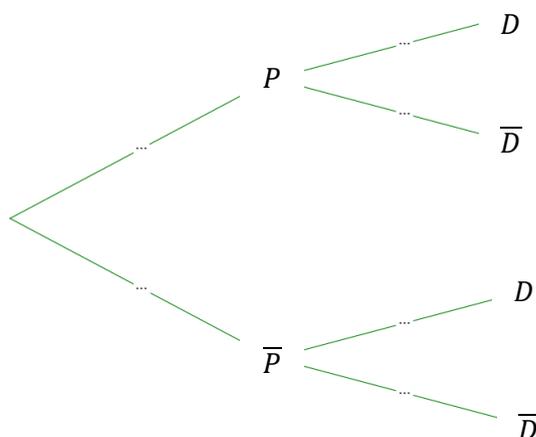
- Si un banc de poisson est présent sur zone, le sonar indique ce banc dans 80 % des cas.
- S'il n'y a de banc de poisson présent sur zone, le sonar indique néanmoins un banc dans 5 % des cas.

On note :

- P l'événement : « Un banc de poisson est présent sur zone »
- D l'événement : « Le sonar indique un banc de poisson »

Sauf mention contraire, on donnera les valeurs exactes des probabilités soit sous forme décimale soit sous forme de fractions irréductibles.

1) Reproduire sur votre copie et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous traduisant cette situation :



2) Calculer la probabilité que le sonar indique un banc de poisson et qu'il n'y en ait pas.

3) Montrer que la probabilité que le sonar indique un banc de poisson est égale à 0,575

4) Ce jour là, le sonar indique un banc de poisson.

Calculer la probabilité qu'il y ait effectivement un banc de poisson.

5) Sur une semaine, c'est-à-dire 7 jours, le chalutier s'est rendu sur sa zone principale de pêche chaque jour.

Le chalutier ne déploie ses filets de pêche que si le sonar indique la présence d'un banc de poisson sinon il part immédiatement sur une autre zone de pêche.

On admettra que la présence d'un banc de poisson et le fonctionnement du sonar sont indépendants d'un jour sur l'autre.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de jours où le chalutier est parti immédiatement sur une autre zone de pêche.

- Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire X ?
- Calculer la probabilité à 10^{-3} près que le chalutier soit parti immédiatement sur une autre zone de pêche exactement trois jours durant cette semaine.
- Sur un grand nombre de sorties en mer quel est le nombre moyen de fois par semaine où le bateau reste sur sa zone de pêche principale.

EXERCICE 2 (5 points)

Partie A

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1000 \\ u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 300 \end{cases}$$

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) On pose $v_n = u_n - 1500$
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le terme initial v_0
 - b) En déduire que pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = 1500 - 500 \times 0,8^n$$

- 3) Calculer la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$. Justifier votre réponse.
- 4) On propose l'algorithme suivant :

$U \leftarrow 1000$

$N \leftarrow 0$

Tant que $U < 1450$

$U \leftarrow 0,8 \times U + 300$

$N \leftarrow N + 1$

Fin du Tant que

Quelle valeur contiendra la variable N à la fin de l'exécution de cet algorithme ?

Partie B

Une association caritative a étudié l'évolution du montant des dons année après année.

Pour n entier naturel non nul, on note u_n le montant des dons en euros pour l'année $2015 + n$

Cette étude a permis d'établir que $u_{n+1} = 0,8 \times u_n + 300$ et $u_0 = 1000$

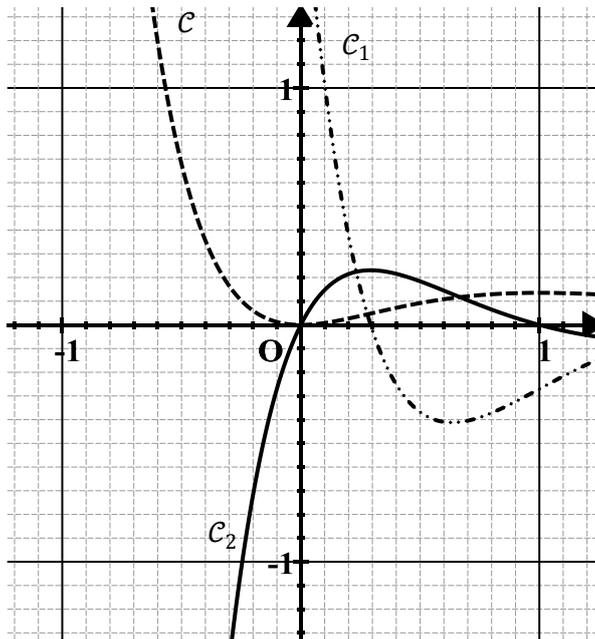
On pourra utiliser les résultats de la Partie A

- 1) Quel est le montant des dons :
 - a) En 2017 ?
 - b) En 2030 ?
- 2) Que peut-on dire du montant des dons à long terme ?
- 3) A partir de quelle année, y aura-t-il au moins 1450 € de dons ?

EXERCICE 3 (6 points)

Partie A

On donne ci-dessous la courbe \mathcal{C} d'une fonction f , et les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de deux autres fonctions :



Les courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 représentent la fonction dérivée f' et la fonction dérivée seconde f'' .

Mais on ne sait pas laquelle de ces deux courbes représente f' et laquelle représente f''

Quelle est la courbe de f' ? Justifier votre réponse.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[-1; 2]$ par $f(x) = x^2 e^{-2x}$

1) A l'aide d'un logiciel de calcul formel on a obtenu :

$f(x) := x^2 e^{-2x}$	$x \mapsto x^2 * e^{-2x}$
$factoriser(dérivée(f(x)))$	$(-2 * x * (x - 1)) * e^{-2x}$
$factoriser(dérivée(dérivée(f(x))))$	$(4 * x^2 - 8 * x + 2) * e^{-2x}$

- a) Selon ce logiciel donner les expressions de $f'(x)$ et de $f''(x)$
- b) Vérifier par le calcul l'expression de $f'(x)$ donnée par ce logiciel.

2) Etudier les variations de la fonction f sur $[-1; 2]$ puis dresser son tableau de variation

3) Etudier la convexité de la fonction f sur $[-1; 2]$ et préciser les abscisses des éventuels points d'inflexion.

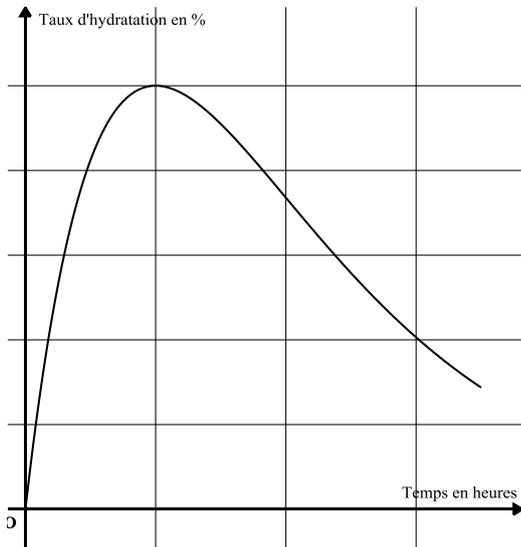
EXERCICE 4 (4 points)

Un laboratoire teste la qualité d'un composant d'une nouvelle crème solaire qui agit comme un réservoir d'hydratation pour la peau exposée au soleil. Pour cela on mesure le taux d'hydratation de la peau t heures après l'application.

On estime que le taux $f(t)$, exprimé en pourcentage, d'hydratation de la peau pour $t \in [0; 7]$ est donné par :

$$f(t) = 50te^{-0,5t+1}$$

On en donne la courbe ci-dessous (mais les unités ont été effacées) et un extrait d'une feuille de tableur :



	A	B
1	0	0,00
2	1	82,44
3	2	100,00
4	3	90,98
5	4	73,58
6	5	55,78
7	6	40,60
8	7	28,73
9		

1) Dans la cellule B1 on a tapé la formule = 50*A1*EXP(-0,5*A1+1) puis on l'a copiée vers le bas.

EXP désigne la fonction exponentielle

Quelle formule lira-t-on dans la cellule B8 ?

2) On pourra lancer la commercialisation de cette crème si le taux d'hydratation de la peau dépasse 50 % pendant une durée d'au moins 5 h.

Pourra-t-on lancer la commercialisation de cette crème ? Justifier votre réponse.